

**MERCREDI 16 NOVEMBRE 2011 DE 9 H 00 A 13 H 00**  
**A L'AUDITOIRE DUBUISSON DE L'EMBARCADERE DU SAVOIR**  
**Quai Van Beneden 22 – 4020 LIEGE**

13<sup>ème</sup> journée d'études organisée par la *Section des Sciences & Techniques* de la Société libre d'Emulation à l'intention des futurs maîtres de l'enseignement pédagogique, des classes scientifiques supérieures de l'enseignement secondaire et du public curieux du développement des sciences. Elle aura pour thème :

## **MATHEMATIQUES**

### **EN TÊTE**

et comprendra les modules suivants :

1. **Les mathématiques du cryptographe** par Monsieur Georges HANSOUL chargé de cours au Département de Mathématique de la Faculté des Sciences de l'ULg
2. **L'abeille architecte** par Monsieur René MARQUET, professeur honoraire de mathématiques à l'Athénée de Chênée
3. **M.C.Escher et les ordinateurs** par Monsieur Jos LEYS, artiste géomètre d'Anvers
4. **Jeux combinatoires et stratégies** par Monsieur Michel RIGO, professeur au Département de Mathématique de la Faculté des Sciences de l'ULg

### **RENSEIGNEMENTS PRATIQUES**

Le déroulement de la Journée sera le suivant :

8 h 30 – 9 h 00	Accueil des Participants
9 h 00 - 9 h 10	Allocution de bienvenue et Introduction
9 h 10 – 9 h 55	Exposé de Monsieur Georges HANSOUL
9 h 55 – 10 h 40	Exposé de Monsieur René MARQUET
10 h 40 – 11 h 10	Pause café
11 h 10 – 11 h 55	Exposé de Monsieur Jos LEYS
11 h 55 – 12 h 40	Exposé de Monsieur Michel RIGO
12 h 40 – 13 h 00	Conclusions et réflexions finales.

**Les exposés auront une durée de 35 minutes et les périodes de questions-réponses une durée de 10 minutes, après chaque exposé.**

## **Les mathématiques du cryptographe.**

Georges HANSOUL

Au départ essentiellement liée à la communication secrète, la cryptographie s'occupe aujourd'hui de toutes les techniques mises en oeuvre pour assurer la sécurité des transactions effectuées par voie électronique, ou plus généralement, à travers n'importe quel canal non sûr.

A la fois art et science, cette discipline cultive tous les contraires. Servant indifféremment le bien et le mal, utilisée par le militaire et par l'amoureux, elle prend des relents sulfureux quand elle parle d'espionnage mais veut nous apaiser quand nous nous risquons à confier nos données bancaires à un inconnu au bout du monde.

Les recherches que l'on mène en son nom se font tout aussi bien dans la clarté des universités que dans le secret des services de sécurité; elles se nourrissent avec un égal appétit du pragmatisme technologique ambiant et de théorie très abstraites. Et c'est une gloire qui doit choisir d'être cachée ou précaire qui attend celui qui la fait progresser.

Pour fascinante qu'elle soit, la cryptographie a son point faible, la mathématique est son maître, n'en déplaise à ceux qui ont une dent contre ces dernières. Nous nous proposons dans cet exposé, peut-être en guise de réconciliation, de montrer quelques outils mathématiques de la cryptographie.

Nous revisiterons ainsi les mathématiques de l'école primaire (le codage des scouts de décalage des lettres un rang vers la droite, ce n'est pas autre chose que "faire +1" ) et du secondaire (on passe de l'addition des nombres à celle des vecteurs, comme le firent en leur temps César et Casanova). Des mathématiques un peu plus sophistiquées sont nécessaires pour signer ou authentifier les messages que nous aurons écrits (courbes elliptiques, géométrie projective), tandis que les crypto-systèmes plus récents nous mènent au cœur de problèmes mathématiques encore non résolus (existe-t-il une fonction unidirectionnelle?) ou même nous forcent à repenser certains concepts philosophiques de base (qu'est-ce que le hasard?).

## **L'abeille architecte : étude géométrique du gâteau de cire**

René MARQUET

Issu d'une longue expérience de terrain, à l'Athénée Royal de Chênée, ce travail a germé lors de l'étude des problèmes d'optimisation en classes de 5<sup>ième</sup> ou 6<sup>ième</sup>. Il est illustré d'une cinquantaine de diapositives.

La recherche d'énoncés connectés à la vie scientifique réelle nous a amené à étudier la structure d'un nid d'abeilles (*apis mellifera*).

En utilisant la géométrie plane, la géométrie analytique de l'espace, la trigonométrie nous avons établi la formule donnant la quantité de cire nécessaire pour construire une cellule rhomboédrique. Ensuite, par analyse mathématique, nous avons découvert que la solution optimale correspond exactement à celle qu'utilisent les abeilles depuis des millénaires. Elles seraient donc de parfaites mathématiciennes ?

Ce problème avait été initié au siècle des Lumières par Réaumur et proposé aux mathématiciens Koenig et Maclaurin (1743).

Cette étude a été l'occasion d'élargir nos connaissances et de rassembler ce qui était épars, en histoire, en « insectologie » et en mathématique.

Par exemple, c'est en partant du phénomène de parthénogenèse, découvert par Réaumur, que l'on amène la suite de Fibonacci et le nombre d'or.

Un petit ajout symbolique relie le nombre d'or au nombre de miel (invention personnelle) par l'évocation de l'abeille qui, butinant la fleur de tournesol, image du nombre d'or, bâtit son nid au nombre de miel.

## **M.C.Escher et les ordinateurs**

Jos LEYS.

Le grand artiste néerlandais M.C.Escher, bien qu'il n'ait jamais eu de formation formelle en mathématiques, est un des artistes les mieux connus pour l'inspiration mathématique dans ses œuvres. Il est mort en 1972, et n'a donc jamais connu l'époque des ordinateurs personnels.

On peut se demander comment Escher aurait réagi à la disponibilité des outils digitaux, et c'est ce que nous allons explorer dans cette conférence.

Inspiré par quelques éléments phares dans des dessins de Escher (pavages, géométrie impossible, géométrie hyperbolique..) nous montrerons les possibilités des images de synthèse sur ordinateur.

Dans le même temps nous redécouvrirons le génie mathématique présent dans les œuvres de ce non-mathématicien qu'était M.C. Escher.

## **Jeux combinatoires et stratégies**

Michel Rigo

Considérons un jeu, comme le jeu de Nim ou le jeu de Marienbad, où s'affrontent deux joueurs. Dans un tel jeu, la chance n'intervient pas et les joueurs jouent à tour de rôle avec des règles bien définies. On est ici bien loin des jeux économiques qui mettent en interaction plusieurs acteurs à la recherche d'une stratégie permettant de maximiser leur gain. Néanmoins, ce simple contexte amène à se poser des questions naturelles et la recherche dans ce domaine y est active.

Si deux joueurs A et B jouent ensemble à un jeu donné et si A commence la partie en choisissant de jouer tel coup, A est-il sûr de pouvoir la gagner ? Existe-t-il une stratégie gagnante à adopter pour que, quel que soit le coup joué par B, une réponse appropriée assurera toujours la victoire à A ? Les jeux combinatoires sont un moyen de faire de "bonnes" mathématiques : d'une part, ils sont source de phénomènes et de problèmes nouveaux, d'autre part, ils sont le champ d'application d'autres branches des mathématiques comme par exemple, la théorie des nombres. On verra par exemple dans cet exposé que la célèbre suite de Fibonacci intervient de façon efficace dans la résolution du jeu de Wythoff.

Dans un jeu simplifié, on peut caractériser exactement les positions perdantes et donc la stratégie gagnante : si A parvient à amener son adversaire B dans une de ces positions

perdantes et si A adopte cette stratégie gagnante, la victoire de A est assurée... à condition que la stratégie soit calculable en un temps raisonnable. Évidemment, dans ce cas, le sens ludique du jeu disparaît pour faire place à l'intérêt du raisonnement mathématique.

\* \* \*

Intéressé ? Vous trouverez sur le site web <http://www.emulation-liege.be> les formulaires d'inscription pour le public scolaire ou les particuliers. La participation aux frais (dossier pédagogique inclus) s'élève à 5€ (gratuit pour les professeurs accompagnant).

Vous pouvez également joindre la Société libre d'Emulation à Liège dont voici les coordonnées :



Rue Charles Magnette, 9  
4000 Liège  
Tél. : +32(0)4/223 60 19 +32(0)4/223 62 05  
Fax : +32(0)4/223 62 05  
[emulation.liege@skynet.be](mailto:emulation.liege@skynet.be)  
[soc.emulation@swing.be](mailto:soc.emulation@swing.be)  
<http://www.emulation-liege.be>